

7. Schaltalgebra

Aufgabe 1:

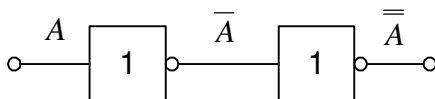
Vereinfache nacheinander folgende Funktionsgleichungen:

- a) $Z = \overline{\overline{A}}$
- b) $Z = A \wedge 0$
- c) $Z = A \wedge 1$
- d) $Z = A \wedge A$
- e) $Z = A \wedge \overline{A}$
- f) $Z = A \vee 0$
- g) $Z = A \vee 1$
- h) $Z = A \vee A$
- i) $Z = A \vee \overline{A}$

Tip: Zeichne für jede Funktionsgleichung die Schaltung und versuche durch logisches Überlegen sowie Vergleich der Kolonnen einer Schaltungsanalyse die Vereinfachung zu finden.

Beispiel für den Ausdruck $\overline{\overline{A}}$:

Schaltung:



Schaltungsanalyse:

A	\overline{A}	$\overline{\overline{A}}$
0	1	0
1	0	1

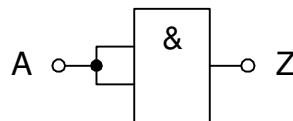
↑ ↑
=

$\overline{\overline{A}}$ ist immer gleich A , also gilt:

$$\overline{\overline{A}} = A$$

Aufgabe 2:

- a) Du benötigst für eine Schaltung ein UND-Gatter mit 3 Eingängen, aber dir steht nur ein UND-Gatter mit 4-Eingängen zur Verfügung. Gib zwei Möglichkeiten an wie du ein UND-Gatter mit 4 Eingängen zu einem UND-Gatter mit 3 Eingängen „umbauen“ kannst. Bedenke, dass man den Eingang eines Gatters nicht einfach offen lassen darf. Welche Vereinfachungsregeln aus Aufgabe 1 entsprechen deiner Lösungen?
- b) Vereinfache folgende Schaltung. Zeichne die Ersatzschaltung.

**7.1 Theoreme für eine Variable****Theorem der NICHT-Funktion:**

$$\overline{\overline{A}} = A$$

Theoreme der UND-Funktion:

$$A \wedge 0 = 0$$

$$A \wedge 1 = A$$

$$A \wedge A = A$$

$$A \wedge \overline{A} = 0$$

Theoreme der ODER-Funktion:

$$A \vee 0 = A$$

$$A \vee 1 = 1$$

$$A \vee A = A$$

$$A \vee \overline{A} = 1$$

7.2 Theoreme für mehrere Variablen

Die Kommutativgesetze:

$$A \wedge B = B \wedge A$$

$$A \vee B = B \vee A$$

Die Assoziativgesetze:

$$A \wedge (B \wedge C) = (A \wedge B) \wedge C = A \wedge B \wedge C$$

$$A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C = A \vee B \vee C$$

Die Distributivgesetze:

Das konjunktive Distributivgesetz:

$$(A \wedge B) \vee (A \wedge C) = A \wedge (B \vee C)$$

Das disjunktive Distributivgesetz:

$$(A \vee B) \wedge (A \vee C) = A \vee (B \wedge C)$$

Aufgabe 3:

Beweise die Distributivgesetze. Nutze dein Können aus der vorherigen Aufgabe.

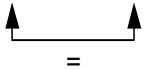
7.3 Die Morganschen Gesetze:

Das erste Morgansche Gesetz:

$$\overline{A \wedge B} = \overline{A} \vee \overline{B}$$

Beweis:

A	B	\overline{A}	\overline{B}	$A \wedge B$	$\overline{A \wedge B}$	$\overline{A} \vee \overline{B}$
0	0	1	1			
0	1	1	0			
1	0	0	1			
1	1	0	0			

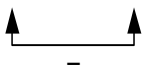


Das zweite Morgansche Gesetz:

$$\overline{A \vee B} = \overline{A} \wedge \overline{B}$$

Beweis:

A	B	\overline{A}	\overline{B}	$A \vee B$	$\overline{A \vee B}$	$\overline{A} \wedge \overline{B}$
0	0	1	1			
0	1	1	0			
1	0	0	1			
1	1	0	0			



Aufgaben:

Vereinfache:

1. $Z = \bar{A} \wedge B \wedge \bar{B} \wedge C$

2. $X = (M \wedge \bar{N}) \vee (M \wedge N \wedge \bar{M})$

3. $Y = B \vee (B \wedge C \wedge \bar{A}) \vee \bar{B}$

4. $Z = X \wedge (S \vee \bar{X})$

5. $X = A \vee (C \wedge \bar{B} \wedge \bar{A} \wedge \bar{B})$

6. $Z = (A \vee B) \wedge (A \vee \bar{B})$

7. $Z = (A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge \bar{C})$

8. $Z = (A \wedge \bar{B} \wedge \bar{C}) \vee (A \wedge \bar{B} \wedge C)$

9. $Z = (A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge \bar{C}) \vee (A \wedge \bar{B} \wedge \bar{C}) \vee (A \wedge \bar{B} \wedge C)$

10. $H = (\bar{A} \wedge B \wedge \bar{C}) \vee (A \wedge B \wedge \bar{C})$

11. $H = (A \wedge \bar{B} \wedge \bar{C}) \vee (A \wedge \bar{B} \wedge C)$

12. $H = (\bar{A} \wedge B \wedge \bar{C}) \vee (A \wedge \bar{B} \wedge \bar{C}) \vee (A \wedge \bar{B} \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge \bar{C})$

13. $Z = (A \wedge \bar{B}) \vee (\bar{A} \wedge B) \vee (A \wedge B)$

Tipp: wenn $X = X \vee X$ ist auch $(A \wedge B) = (A \wedge B) \vee (A \wedge B)$

14. $Z = (\bar{A} \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge \bar{B} \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge \bar{C}) \vee (A \wedge B \wedge C)$

Übrigens: Dies ist die Funktionsgleichung der Zwei-aus-Drei-Schaltung.